ÜBER

DEN SCHEINBAREN DURCHMESSER DER FIXSTERNE.

VON S. STAMPFER,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(GELESEN IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM XXII. UND XXX. APRIL MDCCCLII.)

Unsere Kenntnisse über die Grösse und Entfernung der Fixsterne sind bekanntlich noch äusserst gering, besonders die letztere ist so ausserordentlich gross, dass es bisher trotz vielfacher Anstrengung nicht gelingen wollte, dieselbe auch nur näherungsweise zu bestimmen. Obschon uns zu dieser Messung eine Basis von 40 Millionen Meilen, der Durchmesser der Erdbahn, zu Gebote steht, ist doch der Winkel, unter welchem diese Basis von den Fixsternen aus gesehen wird, fast unmessbar klein. Nur soviel war bis vor wenigen Jahren sicher, dass die Fixstern-Parallaxe, d. i. der Winkel, unter welchem der Halbmesser der Erdbahn vom Sterne aus erscheint, eine Secunde nicht wohl übersteigen könne, weil sie sonst messbar sein müsste. In der letzten Zeit ist es jedoch den Astronomen gelungen, diese Parallaxe bei einigen Fixsternen als Bruchtheil einer Secunde etwas näher anzugeben.

Da demnach der Halbmesser der Erdbahn, an den Fixstern hinaus versetzt, kleiner als eine Secunde erscheint, so muss der scheinbare Durchmesser des Fixsternes noch vielmal kleiner sein, und auf diese Art ist man zu der Schlussfolge gekommen, dass der genannte Durchmesser höchstens wenige Hunderttheile einer Secunde betragen könne. An eine directe Messung ist daher nicht zu denken, die schon desshalb unausführbar ist, weil die Fixsterne wirklich unter einem Durchmesser erscheinen, der aber bloss optisch ist, und von der Lichtstärke des Sternes abhängt. Der wesentliche Grund hievon liegt darin, dass die Erregung auf der Netzhaut unseres Auges sich nicht auf einen fast untheilbaren Punkt beschränkt, sondern nach Massgabe der Lichtintensität sich weiter ausbreitet. Desshalb erscheinen die Fixsterne in einem Fernrohre bei Tage viel kleiner als bei der Nacht, oder können durch Verkleinerung der Öffnung des Fernrohres beliebig klein gemacht werden.

Es bleibt sonach nur der indirecte Weg übrig, zur Kenntniss des scheinbaren Durchmessers der Fixsterne zu gelangen. Wollaston verglich das Bild der Sonne, von einer Glaskugel reflectirt, mit der Flamme einer Wachskerze, und diese Abends mit Sirius. Der Durchmesser der Glaskugel war $^1/_{10}$ Zoll, ihre Entfernung 2520 Zoll; hiernach das Licht des Sirius $= \frac{1}{16}\left(\frac{0.1}{2520}\right)^2$ von dem der Sonne. Wollaston nimmt an, die Glaskugel reflectire nur die Hälfte des Lichtes, und setzt somit das Licht des Sirius 20000 Millionen Mal schwächer als das der Sonne. Die Fixsterne sind unzweifelhaft selbst leuchtende Sonnen, und ihre Leuchtkraft ist wahrscheinlich von der unserer Sonne nicht viel verschieden. Unter dieser

Voraussetzung müssen sich die Quadrate ihrer scheinbaren Durchmesser wie ihre Helligkeiten verhalten, wornach aus Wollaston's Versuchen der scheinbare Durchmesser des Sirius = 0″,0136 folgen würde.

Ich habe in den letzten Jahren verschiedene ähnliche Versuche gemacht, den scheinbaren Durchmesser der Fixsterne zu bestimmen. Ein kleines aber ausgezeichnetes Fernrohr von Fraunhofer diente hierzu: seine Brennweite ist 13,5 Zoll, Öffnung $12\frac{1}{2}$ Linien. Es zeigt die Fixsterne erster und selbst jene zweiter Grösse bei jeder Tageszeit.

Wird durch reflectirtes Sonnenlicht ein Lichtpunkt, gleichsam ein künstlicher Fixstern erzeugt, welcher in einer bestimmten Entfernung eben so hell im Fernrohre erscheint, wie zu gleicher Tageszeit ein Fixstern, so werden beide gleichen scheinbaren Durchmesser haben. Da man nicht beide Punkte gleichzeitig ansehen kann, so ist es schwierig, die gleiche Helligkeit zu schätzen; ich habe desshalb, um hier eine grössere Sicherheit zu erlangen, folgendes Verfahren angewendet. Es wurde eine Reihe von kreisförmigen Blendungen vorgerichtet, womit die Öffnung des Fernrohres allmählich verkleinert werden konnte, und mittelst derselben jene Öffnung gesucht, bei welcher der Stern die Grenze der Sichtbarkeit erreicht, oder eben zu verschwinden beginnt. Die Erfahrung hat gezeigt, dass auf diese Weise eine ziemliche Genauigkeit erreicht werden kann; es lassen sich noch Bruchtheile der Intervalle zwischen den Blendungen schätzen.

Es sei der wirkliche Durchmesser des künstlichen Sternes $= d$, seine Entfernung vom Objective des Fernrohres $= D$; Öffnung der vorgelegten Blendung, bei welcher er zu verschwinden beginnt $= a$; der scheinbare Durchmesser des Fixsternes $= \delta$, die zugehörige Öffnung der Blendung $= b$, so ist

$$\text{in Secunden } \delta = 206265\,\frac{d}{D}\cdot\frac{a}{b}.$$

Die ersten Versuche dieser Art machte ich im September 1850; mittelst eines Steinheil'schen Heliotropes wurde das Sonnenlicht auf einen entfernten Punkt reflectirt, und dem reflectirten Lichtbüschel eine Blechtafel senkrecht entgegengestellt, welche das Licht nur durch ein kleines Loch durchliess. Dieses Sternsignal wurde auf der Höhe des Wienerberges gegeben, und am Eichkogel bei Mödling beobachtet. Die Distanz beider Punkte war 6360 Klafter, und der Durchmesser des Loches vor dem Heliotrop ergab sich zu $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Linien. Aus drei Versuchen folgte der scheinbare Durchmesser der Fixsterne erster Grösse zu 0″,016, welches Resultat ich nur summarisch anführe, weil es sich sogleich zeigte, dass auf diesem Wege genügende Resultate nicht zu erreichen sind. Wegen der Undulation der Luft ist der künstliche Stern beständig in einer vibrirenden Bewegung, und erscheint nicht als Punkt, sondern als Fläche von beträchtlicher jedoch sehr veränderlicher Grösse. Der Hintergrund hat einen sehr wesentlichen Einfluss, und es ist, um brauchbare Vergleichungen zu erhalten, nothwendig, dass der künstliche Stern mit dem Stern am Himmel möglichst gleichen Hintergrund habe, eine Bedingung, welche bei dieser Art von Versuchen kaum erfüllbar ist. Endlich tritt ein Lichtverlust ein, sowohl bei der Reflexion am Spiegel als beim Durchgange durch die beträchtlich lange horizontale Luftschichte, welcher nicht gehörig in Rechnung gebracht werden kann, weil die Elemente hierzu nicht hinreichend genau bekannt sind. Dieses gilt besonders von dem letzteren Lichtverluste, welcher auch, je nach dem Zustande der Luft bedeutend veränderlich ist.

Um die Distanz zu verkleinern, wählte ich als künstlichen Stern das von kleinen Kugeln reflectirte Sonnenbild, und fand hierzu Tropfen oder Kügelchen von Quecksilber bei weitem am geeignetsten, indessen versuchte ich auch kleine Convexlinsen, polirte Stahlkugeln, Thermometerkugeln u. dgl. Die Quecksilberkügelchen von $\frac{1}{4}$ bis höchstens $\frac{3}{4}$ Linie Durchmesser wurden auf dem freien Platze vor dem Gebäude des k. k. polytechnischen Institutes aufgestellt, und von einem Fenster im zweiten Stocke zu einer Zeit beobachtet, wenn die Sonne nahe im Rücken stand. Dadurch wurde bewirkt, dass der Einfallswinkel nicht

über 25° ging, mithin das Sonnenbild in den Kügelchen von der Kreisform nicht erheblich abweichen konnte.

Bezüglich des Hintergrundes wäre es am einfachsten, die Quecksilberkügelchen auf einen Planspiegel zu legen, und diesem eine solche Neigung zu geben, dass der reflectirte Himmelsgrund mit jenem der zu vergleichenden Sterne gleich erscheint, was man in seiner Gewalt hat, weil die Helligkeit des Himmels gegen den Horizont hin zunimmt. Allein Glasspiegel sind nicht anwendbar, weil ausser dem directen Kügelchen noch ein fast eben so helles Spiegelbild desselben sichtbar ist. Durch Tafeln von blauem Glase, auf der Rückseite zur Beseitigung der Reflexion mit weissem Wachs überzogen, gelang es, einen Hintergrund herzustellen, der in Bezug auf Farbe, Helligkeit und charakteristischen Ton mit dem Himmel in der Höhe von etwa 50° sehr nahe übereinstimmte.

Auf dieser Tafel wurden mehrere Quecksilberkügelchen aufgelegt, und für jedes derselben jene Blendung des Fernrohres gesucht, bei welchem der Lichtpunkt die Grenze der Sichtbarkeit erreichte, ohne völlig verschwunden zu sein. Nach den Versuchen wurden die Durchmesser der Kügelchen unter einem Mikroskope mit einer Genauigkeit abgemessen, die jedenfalls bedeutend grösser ist als jene der Versuche selbst.

Die Blendungen für das Fernrohr waren aus Kartenpapier gemacht, und ihre Durchmesser näherungsweise in einer geometrischen Reihe mit dem Quotienten 0.85. Ich hielt diese Scale für hinreichend, da sich noch Bruchtheile der Intervalle leicht schätzen liessen. Die Durchmesser dieser Blendungen sind folgende:

Nr. der Blendung	Durchmesser Wiener Zoll
1	0″945
2	0,802
3	0,700
4	0,600
5	0,500
6	0,435
7	0,368
8	0,300
9	0,244
10	0,200.

Ich lasse nun die Beobachtungen folgen, welche von mir und dem Assistenten der praktischen Geometrie, Herrn Dr. Herr gemacht wurden. Die Distanz der Kügelchen vom Fernrohr in Wiener Klafter $= D$.

Kügelchen		Nr. der Blendung		Distanz D Wien.Klafter.	
Nr.	Durchmesser, Linien.	Stampfer.	Herr.		
1	0, 617	$8\frac{1}{2}$	8	34, 32	1. Juli 1851 zwischen 12 und 1 Uhr Mittags. Das Blau des Himmels matt, in der Gegend der Sonne dunstig. Sonnenhöhe = 64°.
2	0, 524	8	$7\frac{1}{4}$		
3	0, 424	$6\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$		
4	0, 367	6	$5\frac{3}{4}$		
5	0, 334	$5\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$		
6	0, 266	$3\frac{1}{2}$	4		
1	0, 617	$7\frac{1}{3}$	$7\frac{1}{4}$	43, 70	
2	0, 524	6	$5\frac{3}{4}$		
3	0, 424	$4\frac{1}{2}$	5		
1	0, 582	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{3}$	34, 32	21. Juli 1851 zwischen $11\frac{1}{2}$ und 1 Uhr. Der Himmel sehr rein. Sonnenhöhe = 61°.
2	0, 450	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$		
3	0, 351	6	$6\frac{1}{3}$		
4	0, 325	6	6		
5	0, 314	$5\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$		
6	0, 228	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$		
1	0, 582	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	43, 70	
2	0, 450	$5\frac{1}{2}$	6		
3	0, 351	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$		
4	0, 325	$4\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{3}$		
5	0, 314	4	4		
6	0, 228	2	2		
1	0, 487	8	$7\frac{3}{4}$	29, 61	14. October 1851 zwischen 12 und 1 Uhr. Der Himmel ziemlich rein. Sonnenhöhe = $33\frac{1}{2}$°.
2	0, 406	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$		
3	0, 410	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$		
4	0, 342	7	7		
5	0, 326	$6\frac{1}{2}$	6		
6	0, 315	6	6		
7	0, 243	5	$4\frac{3}{4}$		
1	0, 538	8	$8\frac{1}{3}$	34, 44	5. April 1852 zwischen 12 und 1 Uhr. Der Himmel ganz rein, jedoch das Blau etwas matt. Sonnenhöhe = 47°.
2	0, 536	8	$8\frac{1}{2}$		
3	0, 609	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$		
4	0, 380	$6\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$		
5	0, 429	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$		
6	0, 492	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$		
7	0, 273	4	$4\frac{1}{2}$		
8	0, 313	$5\frac{1}{4}$	$5\frac{2}{3}$		
9	0, 351	$5\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{2}$		

Die Vergleichung mit Fixsternen wurde an einem sehr heiteren Tage von demselben Fenster aus gemacht, wobei auch noch 3 Studirende Theil nahmen. Es ergab sich

			α Lyrae	α Bootis
Stampfer:	Nr. der Blendung	=	6	$6\frac{1}{2}$
Dr. Herr	„ „ „	=	6	$6\frac{1}{2}$
Lewin	„ „ „	=	6	6
Peyer	„ „ „	=	$6\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$
Schmid	„ „ „	=	6	$6\frac{1}{2}$

Im Mittel aus beiden Sternen folgt Nr. der Blendung $= 6\frac{1}{4}$, deren Öffnung $= 0'',418 = b$.

Höhe der Sterne über den Horizont 25 bis 28 Grad.

Nun sei d der Durchmesser des Quecksilberkügelchens, D seine Entfernung vom Fernrohre, a der Durchmesser der Blendung vor dem Fernrohre bei Beobachtung desselben, b dieselbe correspondirend für einen Fixstern, ϑ der scheinbare Durchmesser der Sonne, δ derselbe für den Fixstern, so ist

$$\frac{\delta}{\vartheta} = \frac{ad}{4bD}$$

1851, 1. Juli . . $\vartheta = 1890''$
„ 21. Juli . . „ $= 1892$
„ 14. October . „ $= 1928$
1852, 5. April . . „ $= 1920$

Folgende Tabelle enthält die Durchmesser der Blendungen in Zoll sammt den übrigen Elementen und die berechneten scheinbaren Durchmesser δ.

	D	Kügelchen		Stampfer		Herr	
		Nr.	d Linien	a Zoll	δ Secunden	a Zoll	δ Secunden
1851 1. Juli	34, 32	1	0, 617	0, 272	0, 00640	0, 300	0, 00706
		2	0, 524	0, 300	600	0, 351	701
		3	0, 424	0, 402	650	0, 402	650
		4	0, 367	0, 435	609	0, 451	632
		5	0, 334	0, 467	595	0, 467	595
		6	0, 266	0, 650	660	0, 600	609
	43. 70	1	0, 617	0, 345	637	0, 351	648
		2	0, 524	0, 435	682	0, 451	707
		3	0, 424	0, 550	698	0, 500	635
	Mittel aus 9 Beobachtungen				0, 00641		0, 00654
21. Juli	34, 32	1	0, 582	0, 272	0, 00604	0, 281	0, 00624
		2	0, 450	0. 334	573	0, 334	573
		3	0, 351	0, 435	582	0, 413	553
		4	0, 325	0, 435	540	0, 435	540
		5	0, 314	0, 467	560	0, 467	560
		6	0, 228	0, 650	565	0, 650	565
	43, 70	1	0, 582	0, 334	0, 00582	0, 334	0, 00582
		2	0, 450	0, 467	629	0, 435	586
		3	0, 351	0, 550	578	0, 550	578
		4	0, 325	0, 567	552	0, 567	552
		5	0, 314	0, 600	564	0, 600	564
		6	0, 228	0, 802	548	0, 802	548
	Mittel aus 12 Beobachtungen				0, 00573		0, 00569
14. October	29, 61	1	0, 487	0, 300	0, 00659	0, 317	0, 00696
		2	0, 406	0, 334	612	0, 334	612
		3	0, 410	0, 351	650	0, 334	618
		4	0, 342	0, 368	568	0, 368	568
		5	0, 326	0, 402	592	0, 435	640
		6	0, 315	0, 435	618	0, 435	618
		7	0, 243	0; 500	548	0, 525	576
	Mittel aus 7 Beobachtungen				0, 00607		0, 00616
1852 5. April	34, 44	1	0, 538	0, 300	0, 00623	0, 281	0, 00583
		2	0. 536	0, 300	620	0, 272	562
		3	0, 609	0. 272	639	0, 272	639
		4	0, 380	0, 402	589	0. 402	589
		5	0, 429	0, 351	581	0, 334	553
		6	0, 492	0, 334	634	0, 334	634
		7	0, 273	0, 600	632	0, 550	580
		8	0. 313	0, 484	584	0, 457	552
		9	0, 351	0, 451	611	0, 467	632
	Mittel aus 9 Beobachtungen				0, 00612		0, 00592

An den erhaltenen Mittelwerthen δ sind, wenn man die Sache genauer nimmt, noch einige Verbesserungen anzubringen.

a) Nicht alles Licht wird vom Quecksilber reflectirt, nimmt man nach den verlässlichsten Bestimmungen an, es werde 0,75 des einfallenden Lichtes von einer möglichst reinen Quecksilberfläche zurückgeworfen (die Kügelchen wurden jedesmal unmittelbar vor den Versuchen gebildet), so ist δ mit $\sqrt{0,75}$ zu multipliziren.

b) Die Licht-Absorption der Atmosphäre ist in verschiedenen Höhen verschieden. Die beiden Vergleichsterne wurden in der Höhe von etwa 27° beobachtet; die Höhe der Sonne ist in der ersten Tabelle angegeben. Nach einer Berechnung, die hier nicht weiter verfolgt werden kann, finde ich die

Helligkeit der Sonne am 1. Beob. Tage = 1,182
" " " " 2. " " = 1,177
" " " " 3. " " = 1,070
" " " " 4. " " = 1,133

wenn man dieselbe für die Höhe von 27° mit 1 bezeichnet, mithin sind die gefundenen δ mit den Quadratwurzeln aus diesen Zahlen zu multipliziren.

c) Die blaue Glastafel, welche den Hintergrund der Quecksilberkügelchen bildete, stimmte mit dem Himmel auf der Nordseite in der Höhe von etwa 50° überein, und war daher etwas dunkler als jene Stelle, an welcher die Sterne beobachtet wurden, mithin die beobachteten Blendungen a zu klein. Um hier eine Reduction zu finden, wurden gleichzeitig Versuche mit einem helleren Hintergrunde angestellt, welcher mit dem Himmel in der Höhe von etwa 10° übereinstimmte. Aus 8 Versuchen ergab sich, wenn man den scheinbaren Durchmesser für diese mit δ' bezeichnet

Stampfer . . . $\frac{\delta'}{\delta}$ = 1,452
Herr . . . . = 1,480
Mittel . . . . = 1,466

woraus man zugleich sieht, welchen grossen Einfluss der Hintergrund bei diesen Versuchen hat. Durch mehrfache Vergleichung mit dem Himmel fanden wir, dass die dunklere Tafel um $\frac{1}{3}$ des Intervalles beider Tafeln hätte heller sein sollen, um mit dem Himmel in 27° Höhe übereinzustimmen, wornach die gefundenen δ mit 1,155 zu multipliziren sind.

Durch diese dreifache Reduction ergeben sich die Mittelwerthe auf folgende Art:

			Stampfer	Herr
1851	1. Juli . .	δ =	0″00697 . .	6″00711
	21. Juli . .	" =	0, 00622 . .	0, 00617
	14. October .	" =	0, 00628 . .	0, 00639
1852	5. April . .	" =	0, 00651 . .	0, 00630

Die grössere Abweichung am 1. Juli hat ohne Zweifel in dem ungünstigeren Zustande des Himmels ihren Grund, welcher an diesem Tage nicht so rein, und besonders in der Nähe der Sonne dunstiger war als an den übrigen Tagen. Ich glaube daher der Wahrheit näher zu kommen, wenn ich den 1. Juli ausschliesse. Im Mittel aus beiden Beobachtern mit Rücksicht auf die Zahl der Beobachtungen an den einzelnen Tagen ergibt sich sodann

$$\delta = 0'',00630$$

als scheinbarer Durchmesser eines Fixsternes von der Helligkeit der beiden verglichenen Sterne. Setzt man die mittlere Helligkeit der Sterne erster Grösse = 1, so ist nach Steinheil [1]):

Helligkeit von α Lyrae = 1,83
„ „ α Bootis = 1,46
Mittel . . = 1,645

und der scheinbare Durchmesser eines Fixsternes

$$\text{erster Grösse } \delta = \frac{0{,}00630}{\sqrt{1{,}645}} = 0''00491$$

unter der Voraussetzung, dass die Natur des Lichtes und die Leuchtkraft dieselbe, wie bei unserer Sonne und keine merkliche Lichtabsorption im Weltraume stattfindet.

Das gefundene Endresultat erscheint ziemlich genau, insoferne dieses von der Harmonie der einzelnen Beobachtungen unter sich abhängt, denn der mittlere Fehler einer einzelnen Beobachtung ist nur $= \pm \frac{1}{25}\delta$. Allein eine grössere Unsicherheit liegt in den Reductions-Elementen. Besonders ist die Absorptionskraft der Atmosphäre und die Helligkeit des Himmelsgrundes unter verschiedenen Höhenwinkeln nicht hinreichend genau bekannt, und überdies bedeutend von dem jedesmaligen Zustande der Luft abhängig, was nicht nur an sich klar ist, sondern auch durch unsere Beobachtungen vom 1. Juli bestätigt wird.

Die mittlere Unsicherheit einer einzelnen Beobachtung beträgt nahe $^1/_4$ des Intervalles der Blendungen, was mit $^1/_{11}$ einer Ordnung oder Helligkeitsstufe correspondirt. Das angewendete Verfahren, die Sterne hinsichtlich ihrer Helligkeit dadurch zu vergleichen, dass sie durch allmähliches Verkleinern der Öffnung des Fernrohres zum Verschwinden gebracht werden, zeigt sich somit als ziemlich genau; ja ich halte es für genauer, als wenn zwei Sterne in demselben Gesichtsfelde gleich hell erscheinen, was um so schwerer beurtheilt werden kann, je heller die Sterne sind. Diesen von Argelander [2]) ausgesprochenen Satz habe ich vollkommen bestätigt gefunden, denn mit voller Öffnung des Fernrohres waren öfters zwei bis drei künstliche Sterne kaum oder gar nicht zu unterscheiden, während der Unterschied mit der Verkleinerung der Objectiv-Öffnung immer mehr hervortrat. Man könnte auch folgendes Verfahren von Steinheil anwenden. Bekanntlich geht das Bild eines Sternes in eine kreisförmige Fläche über, wenn das Ocular des Fernrohres verschoben wird. Wird nun das Ocular so weit herausgezogen, bis der Rand der Lichtfläche auf dem Himmelsgrunde nicht mehr zu unterscheiden ist, so lassen sich aus den Auszugsweiten die Durchmesser der Lichtflächen und somit die relativen Helligkeiten der Sterne finden. Diese Methode gibt eine grosse Schärfe, wenn die Sterne hinreichend hell sind; mein Fernrohr war jedoch zu schwach, um auf diese Art bei Tage für die Sterne am Himmel gute Vergleichungen zu erhalten, auch wären die Versuche viel mühsamer geworden, weil auf dem künstlichen Hintergrunde gleichzeitig nicht mehrere Quecksilberkügelchen hätten aufgelegt werden können, indem ihre Lichtflächen störend ineinandergreifen würden.

Man kann hier noch fragen, ob denn wohl die Oberfläche der auf einer Glastafel liegenden Quecksilbertropfen als sphärisch betrachtet werden könne. Streng genommen kann dieses nicht der Fall sein, allein ich war nicht im Stande, bei dem geringen Durchmesser von $^1/_4$ bis $^2/_3$ Linie eine merkliche Abweichung zu finden, indem ich bei senkrechter Lage des Mikroskopes optische Bilder in verschiedenen Entfernungen von der senkrechten Axe des Tropfens mass. Jedenfalls ist dieser Fehler im Verhältnisse zu den andern eben besprochenen Fehlern ganz unerheblich. Bei grösseren Tropfen zeigt sich allerdings die Abweichung von der sphärischen Gestalt.

---

[1]) Helligkeitsmessungen am Sternhimmel, eine gekrönte Preisschrift.

[2]) Schumacher, Jahrbuch 1844.

Aus folgendem Grunde kann der gefundene Werth δ etwas zu klein sein. Das Quecksilberkügelchen reflectirte zugleich den besonders in der Nähe der Sonne stark beleuchteten Himmel, dieses Licht summirte sich zu dem des eigentlichen Sonnenbildes und vermehrte somit dessen Sichtbarkeit. Indessen bedeutend dürfte dieses kaum gewesen sein, denn selbst die grössten Kügelchen waren mit der ganzen Öffnung des Fernrohres gänzlich unsichtbar, wenn sie nur so weit gedeckt wurden, dass die directen Sonnenstrahlen selbe nicht treffen konnten.

Da die Helligkeit des Gesichtsfeldes mit der Öffnung des Objectives abnimmt, so sollte δ zu klein erhalten werden, wenn die Blendung a kleiner als b ist. Allein unsere Beobachtungen zeigen keinen bedeutenden Einfluss dieser Art. Vierzehn Beobachtungen, bei denen die Blendung $a < b$ war, geben im Mittel $\delta = 0''.00639$, während das Hauptmittel $= 0'',00630$ ist, der Unterschied erreicht kaum die Unsicherheit, welcher das Endresultat noch unterliegt.

Bei Fixsternen von verschiedener Lichtstärke (immer unter Voraussetzung einer gleichen Beschaffenheit mit der Sonne und ohne Absorption im Weltraume) müssen sich die Quadrate der scheinbaren Durchmesser wie die Lichtstärken verhalten. Setzt man die Helligkeit der Sterne erster Grösse $= 1$, so kann dieselbe für Sterne der m^{ten} Grösse ausgedrückt werden durch

$$H = \frac{1}{a^{m-1}}$$

wo a das Helligkeitsverhältniss zwischen den einzelnen Grössenstufen bedeutet. Ich habe bei einer früheren Gelegenheit [1] den Versuch gemacht, die Grösse a zu bestimmen und vorläufig $\sqrt{a} = 1,587$ gefunden. Da zufällig $\sqrt[3]{4} = 1,5874\ldots$, so kann auch $a = 4^{\frac{2}{3}}$ gesetzt werden. Hiernach wird für Sterne der m^{ten} Grösse der scheinbare Durchmesser

$$\delta = 0''00491\ \sqrt{H}$$

$$\text{d. i. } \delta = 0''00780\ \left(\tfrac{1}{4}\right)^{\frac{m}{3}} \quad . \quad . \quad (1)$$

Nach dieser Formel sind folgende scheinbare Durchmesser für verschiedene Grössenclassen und für einige der hellsten Sterne berechnet. Bei den letzteren ist die Grösse m aus Steinheil's Messungen abgeleitet.

		Grösse m	Scheinbarer Durchmesser δ
α Canis majoris	Sirius	0,106	0''007360
α Lyrae	Wega	0,347	0, 006584
α Bootis	Arcturus	0,590	0, 005884
α Canis minoris	Procyon	0,974	0, 004928
α Aurigae	Capella......	1,190	0, 004462
α Virginis	Spica	1,224	0, 004391
β Orionis	Rigel	1,442	0, 003973
α Orionis	Beteugeuze ..	1,574	0, 003738
α Leonis	Regulus	1,600	0, 003690
		2	0, 003068
		3	0, 001933
		4	0, 001218
		5	0, 000768
		6	0, 000484
		7	0, 000305
		8	0, 000192
		9	0, 000121
		10	0, 000076
		11	0, 000048
		12	0, 000030

[1]) Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe, November, 1851.

Wahrer Durchmesser der Fixsterne.

Der wahre Durchmesser eines Fixsternes kann natürlich erst gefunden werden, wenn seine Entfernung oder Parallaxe bekannt ist. Ist diese $= p$, der scheinbare Durchmesser $= \delta$, der wahre $= g$ (der wahre Durchmesser der Sonne $= 1$ gesetzt), so ist

$$g = \frac{\delta}{2\, p \sin \rho}$$

wo ρ der scheinbare Halbmesser der Sonne in ihrer mittleren Entfernung. Setzen wir diesen $= 961''$, so wird

$$g = 107{,}32\, \frac{\delta}{p} \quad . \quad . \quad (2).$$

So sehr sich die Astronomen seit der Aufstellung des kopernikanischen Systems bemühten, eine Parallaxe der Fixsterne zu finden, um dadurch einen augenscheinlichen Beweis für dieses System zu erhalten, so wollten doch die Anstrengungen fortwährend nicht gelingen. Nur immer kleiner und kleiner wurde bei der beständig zunehmenden Genauigkeit der Instrumente und Messungsmethoden die Grenze, über welche die gesuchte Parallaxe nicht hinaus gehen konnte, ohne entdeckt zu werden, und schon vor einem Jahrhundert konnte Bradley erklären, diese Parallaxe könne, wenigstens bei den von ihm untersuchten Sternen, eine Secunde nicht übersteigen, weil er sie sonst würde gefunden haben. Erst in der letzten Zeit ist es den Astronomen mittelst der grossen und vollkommenen Instrumente gelungen, nicht bloss negative Resultate, sondern wirkliche Parallaxen in Bruchtheilen einer Secunde zu finden. Bessel hat eine Parallaxe für den Doppelstern 61 Cygni, W. Struve für α Lyrae erhalten; Maclear und Henderson am Cap der guten Hoffnung suchten dieselbe für α Centauri und Sirius zu bestimmen.

C. A. F. Peters hat in einer ausführlichen Abhandlung über diesen Gegenstand [1]) die bisher gewonnenen Resultate kritisch untersucht und zusammengestellt. Ich entnehme daraus folgende Parallaxen, welche am sichersten bestimmt zu sein scheinen. Bei α Centauri ist Maclear's neueste Bearbeitung benützt [2]).

	Jährliche Parallaxe	Wahrscheinliche Unsicherheit	Beobachter
61 Cygni . . .	0″348	± 0″010 . . .	Bessel.
α Lyrae . . .	0,262	± 0,025 . . .	W. Struve.
α Centauri . .	0,919	± 0,034 . . .	Maclear.
Sirius	0,34	± 0,11 . . .	Henderson.
„	0,15	± 0,09 . . .	Maclear.
Polaris	0,121	± 0,014 . . .	Verschiedene.

Setzt man diese Parallaxen in obige Formel (2), so ergeben sich die wahren Durchmesser g in Theilen des Sonnendurchmessers auf folgende Art. Bei Sirius ist das Mittel beider Parallaxen genommen.

---

[1]) *Mémoires de l'Académie impér. des sciences de St. Pétersbourg. 1848.*

[2]) *Memoirs of the royal astron. society. 1851.*

	Grösse m	Parallaxe p	Scheinbarer Durchmesser δ	Wahrer Durchmesser g
61 Cygni........	5	0″348	0″000774	0, 239
α Lyrae........	0,347	0, 262	0, 00664	2, 721
α Centauri......	1	0, 919	0, 00491	0, 574
Sirius........	0,106	0, 245	0, 00745	3, 260
Polaris.......	2	0, 121	0, 00310	2, 745

Diese Zahlen g sind ganz mässig und es dürfte sich kaum ein Grund angeben lassen, sie für unwahrscheinlich zu halten. Sirius wäre hiernach im Durchmesser etwa $3^1/_4$mal, α Lyrae und Polaris $2^3/_4$mal grösser als die Sonne; α Centauri und 61 Cygni hingegen sind kleiner, und die Sonne scheint demnach weder zu den besonders grossen noch besonders kleinen Fixsternen zu gehören. α Centauri dürfte einer der nächsten Fixsterne sein, und das Maximum der Parallaxe eine Secunde erreichen, wenn nicht übersteigen. Nimmt man dafür eine Secunde, und nennt die entsprechende Entfernung eine Sternweite, so wird diese = 206265 Halbmesser der Erdbahn oder = $4^1/_4$ Billionen deutsche Meilen, welche das Licht in 3,224 Jahren durchläuft.

Wollte man g als gegeben ansehen, so liesse sich aus (2) die Parallaxe p finden. Setzt man z. B. $g = 1$, oder die Fixsterne mit der Sonne gleich gross, so ergeben sich folgende Parallaxen:

Grösse m	Parallaxe p
1	0″5272
2	0, 3321
3	0, 2092
4	0, 1318
5	0, 0830
6	0, 0523
7	0, 0330
8	0, 0207
9	0, 0131
10	0, 0082

Einer $n$mal grösseren Parallaxe entspricht ein $n$mal kleinerer Durchmesser g.

Vergleichung des scheinbaren Durchmessers der Fixsterne nach Formel (I) mit den aus Doppelsternen bisher gewonnenen Resultaten.

Wenn ein Sternpaar nach dem Gesetze der Schwere ein besonderes System bildet und hiernach einer um den andern, oder eigentlich beide um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt laufen, so ist nach den Kepler'schen Gesetzen

$$t^2\mu = \left(\frac{a}{p}\right)^3 \quad . \; . \; . \quad (3)$$

wo t die Umlaufszeit in Erdjahren; μ die Summe der Massen beider Sterne in Theilen der Sonnenmasse; a die halbe grosse Axe der Bahn (scheinbar von der Erde gesehen) und p die jährliche Parallaxe bedeuten.

Ist f die Dichte der Sterne und g der Durchmesser einer Kugel, welche der Summe beider Sterne gleich ist (f und g für die Sonne = 1 genommen), so ist

$$\mu = g^3 f;$$

setzt man diesen Werth in (3) und zugleich für g seinen Werth aus (2), so folgt, wenn wir Δ für δ setzen,

$$107{,}32 \sqrt[3]{t^2 f} = \frac{a}{\Delta} \quad . \; . \; . \; (4)$$

wo jetzt Δ den scheinbaren Durchmesser der Summe beider Sterne vorstellt, nämlich

$$\Delta = \sqrt[3]{\delta_1^3 + \delta_2^3}$$

Sind a, t und Δ gegeben, so kann nach (4) die Dichte f gefunden werden. Ich will jedoch $f = 1$, oder die Dichte der Sterne gleich der unserer Sonne annehmen, um zu sehen, wie hier der scheinbare Durchmesser sich ergibt. Da unserer Formel (1) für den scheinbaren Durchmesser ohnehin die Bedingung zu Grunde liegt, dass die Sterne mit der Sonne gleiche Leuchtkraft haben, diese aber eine nahe gleiche Dichte, wenn auch nicht nothwendig, doch wahrscheinlich macht, so ist dadurch die Annahme $f = 1$ zum Theil gerechtfertigt. Hiernach erhalten wir aus (4)

$$\Delta = 0.009318 \frac{a}{\sqrt[3]{t^2}} \quad . \; . \; . \; (5)$$

und diese Formel wollen wir nun mit der früheren (1) vergleichen.

Herschel der Ältere war der Erste, der genaue Messungen der Doppelsterne unternahm, ursprünglich zu dem Zwecke, um durch Änderungen in ihrer gegenseitigen Stellung eine Parallaxe der Fixsterne zu entdecken. Ein Verzeichniss von mehreren hundert Doppelsternen, sämmtlich mit einer bis dahin unerreichten Genauigkeit gemessen, war die Frucht dieser vieljährigen Arbeit. Dabei fand er nun, dass solche besonders sehr nahe Sternpaare weit häufiger vorkommen, als dies der Wahrscheinlichkeit nach der Fall sein kann, wenn sie bloss optisch oder zufällig einander nahe stehen, und schloss hieraus, dass die beiden Sterne grossentheils wirklich einander sehr nahe stehen, und gemäss dem Gravitationsgesetze besondere Systeme bilden müssen, an denen man im Laufe der Zeit entsprechende Änderungen werde beobachten können. Trotz seiner Aufforderung zu solchen Beobachtungen blieb er hierin fast ganz allein und man begnügte sich, seine Ideen anzustaunen. Erst um das Jahr 1820 unternahm Herschel, der Sohn, ähnliche Untersuchungen und fast gleichzeitig begann W. Struve mit dem Dorpater Refractor seine grosse Arbeit über Doppelsterne, deren Resultate 1837 in seinem berühmten Werke über diesen Gegenstand erschienen, welches gegen 3000 Doppelsterne enthält. Die neueren Beobachtungen haben die Richtigkeit der Idee Herschel's I. überzeugend nachgewiesen, und zeigen bei vielen Doppelsternen eine Bewegung des einen Sternes um den andern, oder beider um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt im Sinne der Kepler'schen Gesetze. Bei einigen derselben ist es bereits gelungen, die Bahnelemente zu bestimmen, freilich zum Theil noch ziemlich unsicher, weil die Zwischenzeiten genauer Beobachtungen noch zu klein sind.

Mädler, welcher diesen Theil der Astronomie mit grösstem Eifer verfolgt, hat wiederholt solche Bahnberechnungen geliefert. In folgender Zusammenstellung sind die Umlaufszeit t und die halbe grosse Axe a jenen Elementen entnommen, welche er 1842 in den astronomischen Nachrichten Nr. 452 bekannt gemacht hat. Δ ist der scheinbare Durchmesser nach Formel (5), Δ' derselbe correspondirend nach unserer Formel (1). Die Grösse m der Sterne ist nach W. Struve:

	Grösse m	a	t	Δ	Δ'
ξ Urs. majoris...	4,0 ; 5,0	2″290	60,46	0″001385	0″001323
ζ Cancri........	5,0 ; 5,7	1,292	58,91	0,000795	0.000861
η Coronae	5,2 ; 5,7	1,088	43,25	0,000823	0,000807
σ Coronae	5,0 ; 6,0	3,918	608,5	0,000509	0,000833
ζ Herculis	3,0 ; 6,5	1,189	31,47	0,001112	0,001955
α Geminorum ...	2,7 ; 3,7	7,008	232,1	0,001730	0,002412
γ Virginis	3,0 ; 3,0	3,402	145,4	0,001147	0,002456
ω Leonis........	6,2 ; 7,0	0,857	82,53	0,000421	0,000489
Struve 3062...	6,9 ; 8,0	1,255	94,76	0,000563	0,000343

Die Übereinstimmung zwischen Δ und Δ' ist bei der Mehrzahl der Art, dass ein Zusammenhang zwischen diesen auf ganz verschiedenen Wegen erhaltenen scheinbaren Durchmessern nicht zu verkennen ist. In wieferne die Differenzen unserer zu Grunde liegenden Hypothese (nämlich dass die Sterne mit der Sonne gleiche Leuchtkraft und Dichte haben) oder den Elementen a und t zur Last fallen, lässt sich natürlich nicht angeben, zur Vergleichung lasse ich die Werthe Δ folgen, welche sich aus Mädler's neuesten Elementen obiger Doppelsterne ergeben. (Mädler's Untersuchungen über die Fixstern-Systeme. 1847. I. Thl.)

	a	t	Δ
ξ Urs. majoris...	2″295	61,30	0″001376
ζ Cancri........	0,892	58,37	0,000553
η Coronae.......	0,902	42,50	0,000690
σ Coronae......	3,900	478,04	0,000595
ζ Herculis	1,208	30,22	0,001160
α Geminorum....	5,692	519,77	0,000821
γ Virginis	3,863	169,45	0,001176
ω Leonis........	0,851	117,58	0,000330
Struve 3062...	0,998	146,83	0,000334

Diese Werthe Δ stimmen mit den zugehörigen Δ' kaum so gut, wie früher, und man sieht überhaupt, welche grosse Unsicherheit in den Elementen noch grossentheils vorhanden ist.

Bei α Geminorum ist die Umlaufzeit von 232 auf 520 Jahre gestiegen und zugleich a von 7″ auf 5,″7 zurückgegangen, ja früher hat Mädler eine Bahn gegeben mit $t = 200$ und $a = 43,''2$.

Bei σ Coronae ist $t = 478$, früher 608, während a sich nicht erheblich änderte. Ein paar Jahre früher gab Mädler [1]) $t = 200$ mit $a = 2'',93$, womit $\Delta = 0,''000798$ folgt, sehr gut mit Δ' übereinstimmend.

Bei ζ Cancri ist, ohne erhebliche Änderung der Umlaufszeit, der letztere Werth a um mehr als den dritten Theil kleiner als früher, was eine ebenso grosse Änderung in Δ zur Folge hat.

Ähnliche Unterschiede der Elemente sieht man auch bei mehreren anderen obiger Doppelsterne. Die Bahn von ξ Urs. majoris dürfte eine der bestbegründeten sein. Nur bei sehr nahe stehenden Doppelsternen ist die Umlaufszeit so klein, dass jetzt schon eine Bahnberechnung möglich ist, allein bei solchen ist die Messung der Distanzen und Richtungswinkel weit schwieriger und die Beobachtungsfehler haben einen viel grösseren Einfluss auf die Elemente. Die bereits gewonnenen Resultate sind in Betracht dieser Schwie-

[1]) Mädler, Populäre Astronomie. Berlin 1841.

rigkeiten gewiss aller Anerkennung würdig, sie sind nur durch die ausgezeichneten Mikrometermessungen der neueren Zeit, besonders jener in Dorpat, möglich geworden, und eröffnen ein ganz neues Feld der Astronomie, gegen welches dasjenige als ein Punkt verschwindet, innerhalb welchem bisher die Bahnberechnungen der Astronomen sich bewegten.

Wenn die von Struve geschätzten Grössen m nicht dem Gesetze entsprechen, welches unserer Formel (1) hinsichtlich der Helligkeit der Sterne zu Grunde liegt, so muss desshalb eine Differenz in den nach (1) und (5) berechneten Δ' und Δ entstehen. Die Helligkeitsconstante $b = 1{,}587$, welche der Formel (1) zu Grunde liegt, habe ich auf Argelander's Grössenschätzung zu gründen gesucht, und dürfte diese näherungsweise ausdrücken. Ich habe nun bei 50 Sternen von 2. bis 6. Grösse die Schätzungen beider Astronomen verglichen und finde, dass die Summen der positiven und negativen Differenzen sehr nahe gleich sind, mithin eine bedeutende constante Abweichung der Formel (1) von Struve's Grössenschätzung kaum zu befürchten ist. Es kann jedoch immerhin ein Theil der Differenzen zwischen Δ und Δ' der Unsicherheit in m zugeschrieben werden.

In Betracht aller dieser Schwierigkeiten ist die Übereinstimmung zwischen Δ und Δ' gewiss befriedigend, ja grösser, als mit Grund erwartet werden konnte, und es wird sonach erlaubt sein, die Hypothese, welche bei den Fixsternen die Leuchtkraft und Dichte unserer Sonne voraussetzt, und somit auch unsere Gleichung (5) so lange für näherungsweise richtig anzunehmen, bis Beobachtungen uns hierüber näheren Aufschluss geben. Durch diese Annahme sind wir in den Stand gesetzt, bei Doppelsternen aus der Distanz auf die Umlaufszeit zu schliessen. Freilich ist, so lange die Gestalt der Bahn und ihre Neigung gegen die Gesichtslinie unbekannt sind, auch die halbe grosse Axe a unbestimmt, und nur soviel bekannt, dass sie nicht kleiner, wohl aber unbestimmt grösser sein könne, als die Hälfte der grössten beobachteten Distanz. Setzen wir in (5) für δ seinen Werth aus der Gleichung (1) so folgt

$$t = 1{,}306.2^{m} \sqrt{a^3} \quad . \; . \; . \quad (6)$$

wo m die Grössenclasse für die Summe beider Sterne, und aus m_1, m_2 der einzelnen Sterne gefunden wird; es ist nämlich

$$\left(\tfrac{1}{4}\right)^m = \left(\tfrac{1}{4}\right)^{m_1} + \left(\tfrac{1}{4}\right)^{m_2}$$

Nach der Formel (6) ergeben sich folgende Umlaufszeiten für die verschiedenen Werthe a und m.

a	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$
	Umlaufszeiten in Erdjahren.						
1″	5, 2	10, 5	21	42	84	167	334
2	14, 8	29, 5	59	118	236	472	944
4	41, 8	83, 5	167	334	668	1336	2672
6	76, 8	154	307	614	1228	2456	4912
8	118	236	472	945	1890	3780	7560
10	165	330	660	1321	2642	5285	10570
15	303	606	1213	2426	4852	9705	19410
20	467	934	1870	3738	7475	14950	29900
25	653	1306	2611	5222	10445	20890	41780
30	858	1716	3430	6862	13725	27450	54900
40	1321	2642	5284	10568	21136	42272	84544
50	1846	3692	7384	14768	29536	59072	118144
60	2427	4854	9708	19416	38832	77664	155328
80	3736	7472	14944	29888	59776	119552	239104
100	5222	10444	20888	41776	83552	167104	334208

Die Umlaufszeit steigt demnach bei grösseren Distanzen, welche man zur ungefähren Beurtheilung den Halbaxen a gleich nehmen kann, auf Jahrtausende, besonders bei kleinen Sternen, indem mit jeder Grössenstufe dieselbe sich verdoppelt. Bei einem Doppelstern der 7. Grösse mit einer Distanz von 20″ beträgt die Umlaufszeit 15000 Jahre, und der Stellungswinkel ändert sich in 100 Jahren nur etwa 2 Grade. Erst nach Jahrhunderten oder Jahrtausenden werden die Astronomen im Stande sein, den physischen Nexus solcher Sternpaare zu erkennen und die Bahnelemente zu bestimmen, vorausgesetzt, dass ihnen die Beobachtungen früherer Jahrhunderte zu Gebote stehen.

Wollte man die Plejadengruppe als ein solches System ansehen, so kann $m = 3$, und $a = 30$ bis 40 Minuten genommen werden, wodurch t über eine Million Jahre folgt. Noch viel grössere Umlaufszeiten erfordern z. B. die 3 Sterne im Adler; α und β Canis min. u. s. w., und doch geben uns diese ausserordentlichen Zahlen kein Recht, bei diesen Sterngruppen die Verbindung zu einem besonderen Systeme für unmöglich zu erklären. Wenn in solchen Systemen, bis sie altern, eben so zahlreiche Umläufe erfolgen, wie bei der Erde um die Sonne, beim Monde um die Erde u. s. w., so vermögen wir die Dauer solcher Systeme wohl durch Zahlen auszudrücken, kaum aber mehr hierüber eine klare Vorstellung zu fassen, die schon unserm Begriffe ewig sich nähert; und doch dürften wir durch diese Betrachtungen erst in den Vorhof des Universums eingedrungen sein.

Versuche mit Quecksilberkügelchen und unbewaffnetem Auge.

Ich habe noch mit Quecksilberkügelchen ähnliche Versuche in der Art gemacht, dass die künstlichen Sterne mit freiem Auge beobachtet wurden. Die Kügelchen waren auf demselben Hintergrunde, wie früher; wir stellten uns mit denselben im Freien so auf, dass wir die Sonne im Rücken hatten, und suchten durch allmähliche Entfernung die Lichtpunkte an die Grenze der Sichtbarkeit zu bringen. Wir machten die Versuche auf zweifache Art, indem bei der ersten die Lichtpunkte an die Grenze der Sichtbarkeit gebracht, bei der andern noch entschieden sichtbar waren. Bei ersterer nahmen auch zwei Studirende Theil.

Als Resultat ergaben sich folgende scheinbare Durchmesser.

Kügelchen Nr.	Die Lichtpunkte an der Grenze der Sichtbarkeit.				Die Punkte noch entschieden sichtbar.	
	Stampfer	Herr	Bär	Kloss	Stampfer	Herr
1	0″0610	0″0490	0″0508	0″0508	0″0720	0″0660
2	0, 0560	0, 0488	0, 0488	0, 0488	0, 0720	0, 0630
3	0, 0610	0, 0544	0, 0558	0, 0502	0, 0774	0, 0671
4	0, 0652	0, 0568	0, 0594	0, 0568	0, 0764	0, 0651
5	0. 0646	0, 0590	0, 0634	0, 0658	0, 0770	0, 0658
Mittel	0, 0616	0, 0536	0, 0544	0, 0556	0, 0750	0, 0654

Mittel aus allen 4 Beobachtern $\delta = 0'',0563$ als scheinbarer Durchmesser eines Fixsternes, welcher um die Mittagszeit hoch am Himmel für das freie Auge an der Grenze der Sichtbarkeit ist. Den scheinbaren Durchmesser eines Sternes erster Grösse fanden wir $= 0'',00491$, mithin der erstere Durchmesser 11,46mal und die Lichtstärke 134mal grösser als bei Sternen erster Grösse, und die entsprechende Grössenclasse wird $m = -4,3$.

Ich bemerke noch, dass ich und Dr. Herr als kurzsichtig unsere Brillen benützten; meine Brillen von 10 Zoll negativer Brennweite wurden in der letzten Zeit merklich zu schwach, wodurch sich der grössere Unterschied zwischen mir und den übrigen Beobachtern erklärt. Bei Nacht sind bekanntlich die Sterne 6. Grösse mit freiem Auge noch gerade sichtbar, indessen wird man wohl $m = 6{,}5$ für die äusserste Grenze nehmen können. Diese ist jedoch mit unsern Versuchen am Tage nicht unmittelbar vergleichbar wegen der sehr verschiedenen Öffnung der Pupille des Auges. Diese Öffnung lässt sich nicht genau bestimmen, sie hängt von der einfallenden Lichtmenge, von der Entfernung des Objectes und von subjectiver Disposition ab, und ist überdies unter gleichen äussern Umständen bei verschiedenen Individuen bedeutend verschieden. Durchschnittlich kann man etwa setzen, bei Tage im Freien, das Auge gegen den heitern Himmel gerichtet, Pupillen-Öffnung $= 1^1/_4$, bei der Nacht $3^1/_2$ Linien; die letztere habe ich jedoch bei jungen Leuten auch bis $4^1/_2$ Linien beobachtet.

Für $m = 6{,}5$ folgt die Helligkeit $H = 0{,}00620$; für die Pupillen-Öffnung $= 1{,}25$ Linien müsste die Helligkeit $\left(\frac{3{,}5}{1{,}25}\right)^2 = 7{,}84$mal grösser, oder $H = 0{,}04861$ sein. Die Helligkeit des Sternes bei Tage fanden wir $= 134$, mithin die letztere 2755mal grösser. Es wäre sonach, wenn es erlaubt ist, dieses Verhältniss auf den Himmelsgrund überzutragen, der Tageshimmel 2755mal heller als der Nachthimmel.

Soll ein Fixstern mit freiem Auge bei Tage entschieden sichtbar sein, so ist

$$\begin{array}{rl} \text{nach mir} \quad \delta = & 0'',0750 \\ \text{„ Dr. Herr „} \; = & 0\;\;,0654 \\ \hline \text{Mittel} \quad \delta = & 0'',0702 \end{array}$$

und die Helligkeit eines solchen Sternes $= \left(\frac{0{,}07020}{0{,}00491}\right)^2 = 204$.

Bekanntlich kann die Venus um die Zeit ihres grössten Glanzes bei Tage gesehen werden. Setzen wir für diesen Fall ihre Helligkeit jener gleich, welche die von uns entschieden gesehenen künstlichen Sterne hatten, so folgt die Lichtstärke der Venus zur Zeit ihres grössten Glanzes $= 204$, wofür ich früher [1] auf einem ganz andern Wege, nämlich mittelst des scheinbaren Durchmessers der Venus, die Zahl 192 gefunden habe.

Zum Schlusse will ich noch das Verfahren angeben, welches ich angewendet habe, um den Durchmesser der Pupille am eigenen Auge, besonders bei der Nacht zu messen.

Bekanntlich erscheint dem Kurzsichtigen ein entfernter Lichtpunkt als ein heller Kreis, dessen Durchmesser von dem Durchmesser der Pupille auf dieselbe Art abhängt, wie in einem Fernrohre, dessen Ocular nicht eingestellt ist, der Lichtkreis von der Öffnung des Objectivs. Eine Spalte, deren Öffnung sich vergrössern und verkleinern lässt, wird vor das Auge gehalten, während dieses nach einem hellen Sterne oder einem entfernten Lichte sieht, und die Öffnung so regulirt, dass der gesehene lichte Kreis zu beiden Seiten tangirt wird. Die so erhaltene Spaltenöffnung ist dann zugleich die Öffnung der Pupille. Bei normalen oder weitsichtigen Augen ist eine entsprechende Convexlinse unmittelbar vor das Auge zu setzen. Eine solche Linse kann man immer vorsetzen, wenn der Lichtkreis ziemlich klein aber hell genug ist, der Versuch wird dann genauer. Die in voller Dunkelheit vorhandene Pupillenöffnung wird auch auf diese Art nicht erhalten, weil das geringe zum Versuche nöthige Licht dieselbe etwas verkleinert. Indessen dürfte der Unterschied

---

[1] Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe, Nov. 1851.

unbedeutend sein, wenn der Versuch in ganz dunkler Nacht mit einem entfernten Lichte gemacht wird. welches etwa die Helligkeit Jupiters hat. Eine 40 Klafter entfernte Strassen-Gaslampe gab uns schon eine sehr merklich kleinere Öffnung.

Um diesen Versuch bei Tage zu machen. ist es am besten, den Lichtpunkt durch reflectirtes Sonnenlicht herzustellen, was auf verschiedene Art geschehen kann, z. B. mittelst einer Convexlinse; mittelst eines Spiegels und vorgelegter Blendung, in welcher sich ein kleines Loch befindet, u. s. w. Auch jede sphärische Wölbung an einer Glasflasche kann hierzu dienen.
